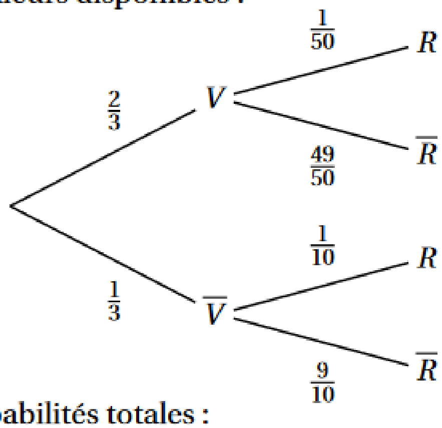
Corrigé

Partie A

1. **a.** L'arbre complété avec les valeurs disponibles :



b. D'après la formule des probabilités totales :

$$p(R) = p(R \cap V) + p\left(R \cap \overline{V}\right) = p_V(R) \times p(V) + p_{\overline{V}}(R) \times p\left(\overline{V}\right) = \frac{1}{50} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{150}$$

c. On cherche la probabilité : $p_R(V)$.

D'après la formule de Bayes, $p_R(V) = \dfrac{p(R \cap V)}{p(R)} = \dfrac{\frac{1}{50} \times \frac{2}{3}}{\frac{7}{150}} = \dfrac{2}{7}$.

2. **a.** Il s'agit là d'un schéma de Bernoulli : la répétition de 20 expériences aléatoires n'ayant que deux issues, identiques et indépendantes entre elles. X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = \dfrac{2}{3}$: $X \sim \mathscr{B}\left(20\,;\,\dfrac{2}{3}\right)$

b. $p(X = 10) = \dbinom{20}{10} \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^5 \times \left(1 - \dfrac{2}{3}\right)^{20-10} \approx 0,054.$

c. $p(X \geqslant 10) = 1 - p(X < 10) = 1 - p(X \leqslant 9) \approx 0,962$

d. Calculons l'espérance $E(X)$ de cette loi binomiale : $E(X) = n \times p = 20 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{40}{3} \approx 13,333$

En moyenne, il se rendra à la gare en vélo 13,33 jours par mois.

3. Calculons l'espérance de la loi de probabilité de T :

$E(t) = 0,14 \times 10 + 0,13 \times 11 + 0,13 \times 12 + 0,12 \times 13 + 0,12 \times 14 + 0,11 \times 15 + 0,10 \times 16 + 0,08 \times 17 + 0,07 \times 18$
$= 13,5$

Il mettra en moyenne 13 minutes et demie pour se rendre à la gare en voiture.